

Föll

math104-1calc Inngangur að stærðfræðigreiningu

Kjartan G. Magnusson, followed by many others

September 20, 2015

Föll, formengi þeirra og bakmengi

Tvö mengi D og R .

- D : formengi, skilgreiningarmengi (domain)
- R : bakmengi, varpmengi, ráðstöfunarmengi (codomain, range)

Fall, f , er regla sem lætur nákvæmlega eitt stak í R svara til sérhvers staks í D .

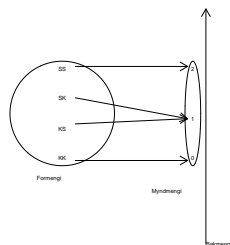


Figure : Dæmi um fall, sem lýsir fjölda skjaldarmerkja þegar kastað er tveimur krónum. Bakmengið er sett allar rauntölur en í reynd eru mögulegar útkomur (myndmengið) aðeins þrjár tölur.

Öll svið vísinda nota föll til að lýsa samböndum. Við forritun eru notuð föll til að framkvæma reikniáæðgerðir, færslur og álíka.

Myndmengi falls

Myndmengi (image) $f : D \mapsto R$ er

$$f(D) = \{f(x) : x \in D\} \subseteq R$$

Köstum krónu tvisvar, fáum $\omega = \text{KK, KS, SK eða SS}$. Gefum síðan upp $X(\omega) = \text{fjöldi skjal-darmerkja}$. Þá er X fall...

Móðir barns...

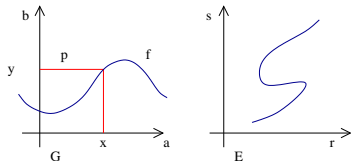
$$f(x) = \sqrt{x}$$

Gröf falla

Punktamengið

$$\{(x, f(x)) \in \mathbb{R} \mid x \in D_f\}$$

er graf fallsins f .



Jafnstæð og oddstæð föll

Fall f er

- jafnstætt (even) ef

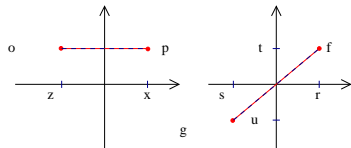
$$f(-x) = f(x), \quad \forall x \in D_f$$
- oddstætt (odd) ef

$$f(-x) = -f(x), \quad \forall x \in D_f$$

(hér er $D_f \subseteq \mathbf{R}$)

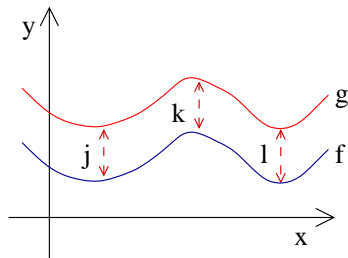
$f(x) = 2x$, skilgreint fyrir $x \in \mathbf{R}$, er oddstætt

$f(x) = x^2$ er jafnstætt



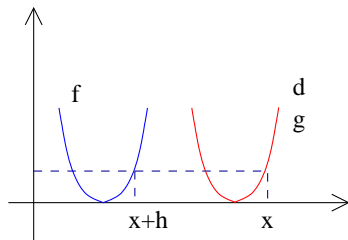
Lóðrétt hliðrun á gröfum

Graf fallsins $g(x) = f(x) + k$ fæst með því að hliðra grafi fallsins $f(x)$ um k einingar lóðrétt.



Lárétt hliðrun á gröfum

Graf fallsins $g(x) = f(x + h)$ fæst með því að hliðra grafi fallsins $f(x)$ um h einingar lárétt (til vinstri ef $h > 0$, til hægri ef $h < 0$).



Eintæk og átæk föll

Fall $f : D \rightarrow R$ er eintækt (one-one, injective) ef

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

Fall $f : D \rightarrow R$ er átækt (onto, surjective) ef R er líka myndmengi f .

Samsett föll

Tökum tvö föll g og f . Gerum ráð fyrir að

$$g(D_g) \subset D_f$$

Skilgreinum samsetta (composite) fallið $f \circ g$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Dæmi

$$f(x) = 3x^2$$

$$g(x) = 2x + 4$$

Skoðum $f \circ g$ og $g \circ f$

