Náttúrulegi logrinn og afleiða hans

math104-3calc Diffrun og afleiður

Kjartan G. Magnusson o.m.fl.

February 8, 2016

Skilgreiningar

Í bili „skilgreinum" við

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

og

$$\exp(x) = e^x \text{ fyrir } x \in \mathbb{R}$$

sem er vaxandi fall, $\exp : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ og hefur því andhverfu

$$\ln = \exp^{-1} : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$$

Þessi „skilgreining" er ótæk því við vitum ekki hvernig á að reikna tölu í óræðu veldi (en gætum raunar notað markgildi af ræðum veldum). Við skilgreinum þessi hugtök, exp og ln, formlega rétt síðar.

Lograsetningar

$a > 0$, $x > 0$,

1. $\ln ax = \ln a + \ln x$
2. $\ln \frac{a}{x} = \ln a - \ln x$
3. $\ln x^n = n \ln x \qquad (n \in \mathbb{Q})$
4. $$\begin{aligned} \ln x \to \infty \qquad &\text{þegar} \qquad x \to \infty \\ \ln x \to -\infty \qquad &\text{þegar} \qquad x \to 0^+ \end{aligned}$$
5. $$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

Logradiffrun

$$\frac{d\ln(x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(\ln f(x)) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx}$$