

# Veldisvísisföll, andhverfur og lograr

## math104-1calc Inngangur að stærðfræðigreiningu

Kjartan G. Magnusson, followed by many others

September 20, 2015

# Veldisvísiföll (exponential functions)

$f(x) = a^x$  ( $a > 0$ ) kallast veldisvísifall með grunn  $a$ .

$$a^{p/q} = \left(a^{1/q}\right)^p = \left(\sqrt[q]{a}\right)^p$$

En hvað ef  $x$  er óræð?

Dæmi: Vextir í banka,  $p \cdot 100\%$

Hvernig vex upphæð sem er  $H$  einingar í upphafi?

- eftir 1 ár er upphæðin  $H + p \cdot H = (1 + p)H$
- eftir 2 ár:  $(1 + p)H + p(1 + p)H = (1 + p)(1 + p)H = (1 + p)^2 H$
- eftir  $n$  ár:  $(1 + p)^n H$

Þetta er veldisvísifall, sem er skilgreint á  $\mathbb{N}$ ;  $a = 1 + p$ .

Þetta nefnist **veldisvöxtur** (exponential growth) eða veldishrönnun (exponential decay).

Dæmi: Sagan af hrísgrjónum og taflborðinu...

# Veldisvísisreglur

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

# Eintækt fall

Fall  $f : D \rightarrow R$  er eintækt (one-one, injective) ef

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

## Andhverfur

$g$  er andhverfa  $f$  ef

$$f(g(x)) = x \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$

fyrir öll  $x \in D_g$  og öll  $x \in D_f$ .

Við táknum andhverfu  $f$  með  $f^{-1}$ .

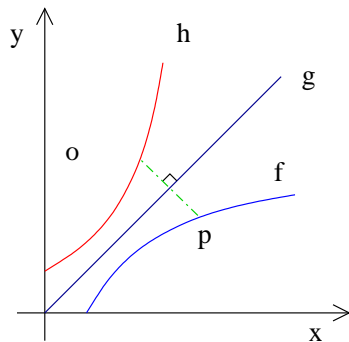
Hér gildir

$$y = f(x) \quad \Leftrightarrow \quad x = f^{-1}(y)$$

fyrir öll  $x \in D_f$ .

## Graf andhverfunnar

Ef  $(x, y)$  er á grafi  $f(x)$  þá er  $(y, x)$  á grafi  $f^{-1}(x)$



# Lograr

Logri með grunn  $a$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )

$$y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$$

þ.e.  $\log_a x$  er andhverfa  $a^x$ .

# Lograreglur

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a(x^p) = p \log_a x$$