

# Samfelld föll

math104-2calc Runur, markgildi og samfelldni

Kjartan G. Magnusson, followed by many others

September 16, 2015

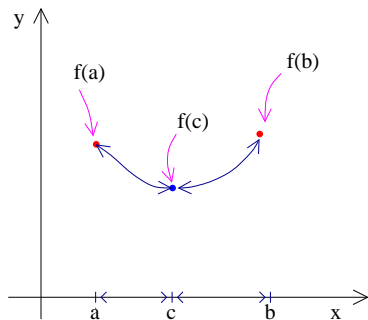
## Samfelldni

$f$  er **samfelld** í punkti  $c \in (a, b)$  ef

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

$f$  er samfelld í vinstri og hægri endapunktum bils  $[a, b]$  ef

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \quad \text{og} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$



## Samfelld föll

Fall  $f$  er samfelld ef það er samfelld í sérhverjum punkti í formenginu  $D_f$ .

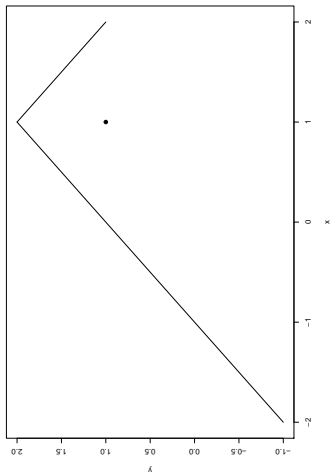
$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ -x + 3 & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

og því er

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \neq 1 = f(1)$$

$f$  er því ekki samfelld í  $x = 1$ .



# Samfelldar aðgerðir á samfelldum föllum

Setning: Ef  $f(x)$  og  $g(x)$  eru samfelld í  $x = c$  þá eru eftirfarandi föll einnig samfelld í  $x = c$ :

①  $f + g$

②  $f - g$

③  $f \cdot g$

④  $k \cdot f$      ( $k \in \mathbb{R}$ )

⑤  $f/g$      (ef  $g(c) \neq 0$ )

# Nokkur samfelld föll

Eftirfarandi föll eru samfelld í öllum punktum í **formenginu**  $D_f$ :

- 1 margliður  $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$
- 2 ræð föll  $P(x)/Q(x)$
- 3 rætur  $\sqrt[n]{x}$   $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$
- 4 hornaföllin  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ ,  $(\sec x, \csc x, \cot x)$
- 5 andhverfu hornaföllin  $\sin^{-1} x$ ,  $\cos^{-1} x$ ,  $\tan^{-1} x$ , o.s.fr.
- 6 veldisvísisföllin  $a^x$ ,  $e^x$
- 7 lograföll  $\log x$ ,  $\ln x$

# Andhverfa samfellds falls

Andhverfa samfellds falls  $f(x)$ ,  $f^{-1}(x)$  er samfelld.

(Graf  $f$  er ekki „slitið í sundur“ og graf  $f^{-1}$  fæst með speglun um línuna  $y = x$ )

$a^x$  er samfelld fall og því er  $\log_a x$  það líka,  $\forall a > 0$ .

## Samsett föll

Ef  $f$  er samfelld í  $c$  og  $g$  er samfelld í  $f(c)$ , þá er  $g \circ f$  samfelld í  $c$ .

Dæmi:

$$F(x) = \frac{\sin^2 x + 1}{\sin^2 x + 2 \sin x}$$

$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x}$$

$F(x) = (g \circ f)(x)$  er samfelld í  $c$  þar sem  $\sin c \neq 0$ .

# Milligildissetningin (Intermediate Value Theorem) og helmingunaraðferðin

Gerum ráð fyrir að fall  $f(x)$  sé **samfelld** í  $[a, b]$  og  $L$  sé á milli  $f(a)$  og  $f(b)$ . Þá er til  $c \in [a, b]$  þ.a.  $f(c) = L$ .

Notum þetta til að finna t.d. lausnir á  $f(x) = 0$ .

