Línulegar nálganir og skekkjumat

math104-3calc Diffrun og afleiður

Kjartan G. Magnusson o.m.fl.

February 8, 2016

Línulegar nálganir

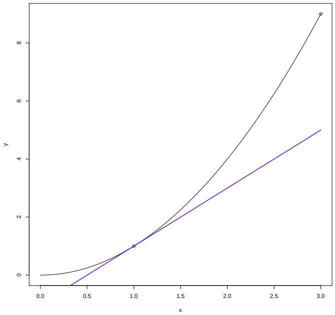
Höfum fall f. Graf f er $y = f(x)$, $(a, f(a))$ er punktur á grafinu.

Skilgreinum línulega fallið

$$L(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$$

(Við þurfum að sjálfsögðu að gera ráð fyrir að f sé diffranlegt í a).

$L(x)$ kallast línulega nálgunin á f í $x = a$



Dæmi

$$f(x) = x^3, \qquad a = 1$$

$$f'(x) = 3x^2, \qquad f'(1) = 3, \qquad f(1) = 1$$

$$L(x) = 1 + 3(x-1) = 3x - 2$$

x	$f(x)$	$L(x)$	$\lvert f(x) - L(x) \rvert$
2	8	4	4
1,5	3,375	2,5	0,875
1,25	1,953125	1,75	0,203
1,10	1,331	1,30	0,031
1,01	1,0303	1,0300	0,0003

Diffur (*)

Látum $y = f(x)$ vera diffranlegt fall; dy og dx kallast **diffur** og

$$dy = f'(x)\,dx$$

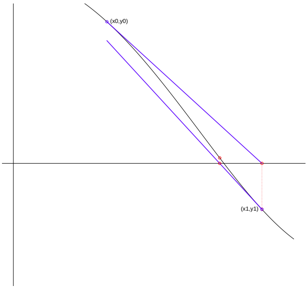
Þessa formúlu notum við til að **meta** hvað breyting í x frá x í $x + dx$ veldur mikilli breytingu í y, dy:

$$dy = f'(x)\,dx$$

Eins til að meta hvað skekkja (óvissa) í x upp á dx veldur mikilli skekkju (óvissu) í y.

Newton-Raphson aðferðin

Mest notaða aðferðin til að leysa jöfnur $f(x) = 0$ byggir á því að taka línulega nálgun.



1. Veljum startgildi x_0.
2. Finnum snertilínu í $(x_0, f(x_0))$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

3. Finnum skurðpunkt snertilínunnar við x-ás. Köllum x-hnitið x_1 og
4. Aftur í 2.

Þetta gefur runu $\{x_n\}$ af gildum sem stefna oft á lausn á $f(x) = 0$.

Runan er skilgreind á endurkvæman hátt.