# Regla l'Hôpital

## math104-3calc Diffrun og afleiður

Kjartan G. Magnusson o.m.fl.

February 8, 2016

# l'Hôpital

Ef $f(a) = g(a) = 0; \quad f'(a)$ og $g'(a)$ eru til og $g'(a) \neq 0$, þá er

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Dæmi:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x - 3} = \frac{3x^2\big|_{x=1}}{12x^2 - 1\big|_{x=1}} = \frac{3}{12 - 1} = \frac{3}{11}$$

# l'Hôpital aftur

Það má nota aðferðina tvisvar...
$f(a) = g(a) = 0$; $f(x)$ og $g(x)$ eru diffranleg á opnu bili $I$ þ.a. $a \in I$.
Jafnframt er $g'(x) \neq 0$ á $I$ ef $x \neq a$ en $f'(a) = g'(a) = 0$.
Þá gildir:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

svo

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f''(a)}{g''(a)}.$$

ef hægri hliðin er til.

# Meira um l'Hopital

Áfram gildir:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

ef

$$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = \infty$$

og $g'(x) \neq 0$ í grennd um $x = a$.