

Línulegar jöfnur

math121-1linalg Hagnýt línuleg algebra og rúmfræði

Gunnar Stefánsson, Rögnvaldur G. Möller o.fl.

October 30, 2016

Einfaldar línulegar jöfnur

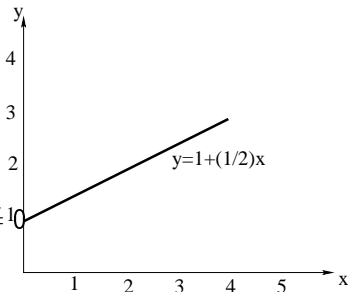
Línuleg jafna í tveimur breytum:

$$a_1x + a_2y = b$$

“Línulegt” þýðir hér að óþekktu breyturnar eru margf. með fasta.

Ath tilsvörun við línu í planinu:

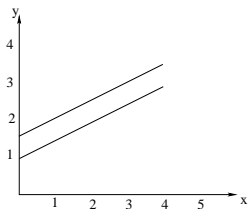
$$a_1x + a_2y = b \iff y = \frac{b}{a_2} - \frac{a_1x}{a_2} \text{ ef } a_2 \neq 0$$



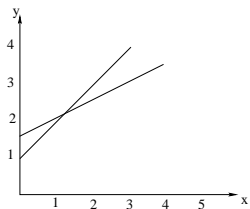
Ein jafna, tvær breytur: Óendanlega margar lausnir.

Tryggið að þið getið teiknað línur og breytt af einu formi á annað.

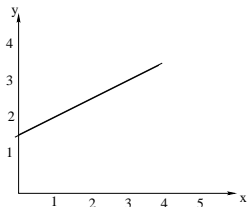
Jöfnuhneppi



No solution



Exactly one solution



Infinitely many solutions (same line)

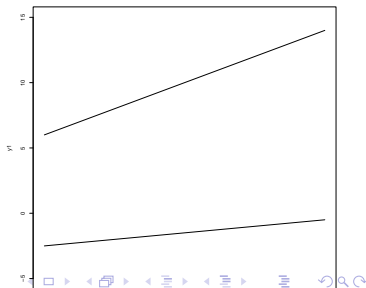
Fleiri en ein jafna: 2 breytur og 2 jöfnur tilsvára tveimur línunum.

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Tilvist og einkvæmni lausna fer eftir því hvort og hvernig línurnar skerast.

Ath: Teikna má línurnar í R...



Lausn einfaldra hneppa

Lausn á línulegu jöfnuhneppi (ef hún er til) fæst með því að margfalda jöfnur með fasta og leggja saman jöfnur:

$$\left. \begin{array}{r} 2x + y = 5 \\ 4x + 3y = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{c} \longleftrightarrow \\ * -2 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} -4x - 2y = -10 \\ 4x + 3y = 4 \end{array} \right.$$

$$y = -6$$

Leggið saman síðari jöfnurnar og þá stendur einfaldlega $y = -6$ og af því sést að $x = 11/2$ samkvæmt fyrstu jöfnunni.

Almenn lausn, 2x2 hneppis

Almennt má sjá, að

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y = c_1 &\Rightarrow -a_1a_2x - a_2b_1y = -a_2c_1 \\ \text{og } a_2x + b_2y = c_2 &\Rightarrow a_1a_2x + a_1b_2y = a_1c_2 \end{aligned}$$

svo að

$$y = \frac{(a_1c_2 - a_2c_1)}{(a_1b_2 - a_2b_1)} \text{ ef } (a_1b_2 - a_2b_1) \neq 0$$

Á sama hátt má finna lausnina fyrir x , eða einfaldlega sjá, að lausnin fyrir x fæst með því að víxla á a og b í jöfnunni fyrir y :

$$x = \frac{(b_1c_2 - b_2c_1)}{(b_1a_2 - b_2a_1)} \text{ ef } (b_1a_2 - b_2a_1) \neq 0$$

Almennari jöfnur

Almennt form línulegs jöfnuhneppis:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

m jöfnur í n óþekktum ...

Orðalisti

Helstu orð og hugtök:

* Línuleg jöfnuhneppi * Jafna beinnar línu

References ISBN: 0471170526