Eigingildi og eiginvigrar

math121-1linalg Hagnýt línuleg algebra og rúmfræði

Gunnar Stefánsson, Rögnvaldur G. Möller o.fl.

October 30, 2016

Skilgreiningar og reikniaðferðir

λ er eigingildi fylkis $\mathbf{A}$ og $\mathbf{x}$ er eiginvigur þess ef $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$.
Þá gildir líka $(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{x} = 0$ svo $\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$ hefur ekki andhverfu.
Eigingildi eru lausnir **kennijöfnunnar:** $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$

Dæmi: Finnið eigingildi hornalínufylkis, efra þríhyrningsfylkis, 2×2 fylkis.

Ámóta fylki og hornalínugeranleiki

Ef $\mathbf{A}$ er $n \times n$ fylki og til er andhverfanlegt $n \times n$ fylki $\mathbf{P}$ þannig að skrifa má $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ þar sem $\mathbf{\Lambda}$ er hornalínufylki, þá er $\mathbf{A}$ **ámóta** $\mathbf{\Lambda}$ og sagt vera **hornalínugeranlegt**.
Þá gildir líka $\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}$ og $\mathbf{A}^k = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}^k\mathbf{P}^{-1}$ fyrir allar heilar tölur k.
$\mathbf{A}$ er hornalínugeranlegt ef öll eigingildi $\mathbf{A}$ eru rauntölur og allar mismunandi. Þá má mynda $\mathbf{P}$ með eiginvigrum $\mathbf{A}$ og $\mathbf{\Lambda}$ með því að raða eigingildunum á hornalínuna.
Ákveða $\mathbf{A}$ er þá ákveða $\mathbf{\Lambda}$, þ.e. margfeldi eigingildanna.
Fylki eru ekki alltaf hornalínugeranleg!