

Línulegar varpanir milli Evklíðskra rúma

math121-1linalg Hagnýt línuleg algebra og rúmfræði

Gunnar Stefánsson, Rögnvaldur G. Möller o.fl.

October 30, 2016

Föll

Föll frá \mathbb{R}^n yfir í \mathbb{R}^m

Skrifum $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ef fyrir hvert $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ er til forskrift, táknað $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, sem er í \mathbb{R}^m .

$$w_1 = f_1(x_1, \dots, x_n)$$

$$w_2 = f_2(x_1, \dots, x_n)$$

$$\vdots$$

$$w_m = f_m(x_1, \dots, x_n)$$

eða $\mathbf{w} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$

þ.e. $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_m)'$ þar sem

$f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, \dots, m$

Efni úr Anton: 4.2

Línulegir virkjar

Línulegar varpanir eða *línulegir virkjar* frá \mathbb{R}^n yfir í \mathbb{R}^m : $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ er línulegur virki ef $T(\mathbf{x}) = \mathbf{Ax}$ þ.e. ef $\mathbf{w} = T(\mathbf{x})$ þá

$$w_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n$$

$$w_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n$$

$$\vdots$$

$$w_m = a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n$$

(b) Ofanvarp á x-ás:

$$T(\mathbf{x}) = (x_1, 0)'$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Snúningar

Skrifum $x = (r \cos \phi, r \sin \phi)'$ og snúum um θ , $w = T(x)$:

$$w_1 = r \cos(\theta + \phi)$$

$$w_2 = r \sin(\theta + \phi).$$

svo $w_1 = r \cos \theta \cos \phi - r \sin \theta \sin \phi$ og $w_2 = r \sin \theta \cos \phi + r \cos \theta \sin \phi$ og þá

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \cos \phi \\ r \sin \phi \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Samsetning línulegra varpana

Athugum að samsetning línulegra varpana er líka línuleg vörpun, því ef T_A og T_B eru línulegar varpanir tilsvareandi fylkjamargföldun með fylkjum A og B , þá er

$$T_B(T_A(x)) = T_B(Ax) = BAx = BAx = T_{BA}x$$

þ.e. samsetningin felst í því að margfalda saman fylkin $T_{BA} = T_B \circ T_A$

$$\begin{array}{ccccc}
 & T_A & & T_B & \\
 \mathbb{R}^m & \rightarrow & \mathbb{R}^k & \rightarrow & \mathbb{R}^n \\
 & A & & B & \\
 & k \times m & & n \times k & \\
 x & \rightarrow & Ax & \rightarrow & BAx \\
 m \times 1 & & k \times 1 & & n \times 1
 \end{array}$$

Orðalisti

* Línuleg vörpun